Aider l'élève à rédiger rigoureusement un raisonnement.

Aider l'élève à faire le point sur les différents outils à sa disposition pour répondre à un problème donné.

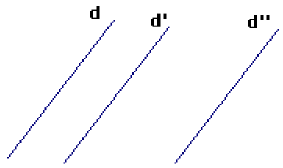
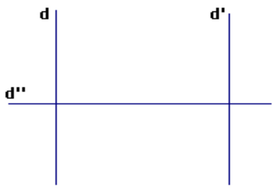
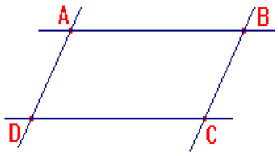
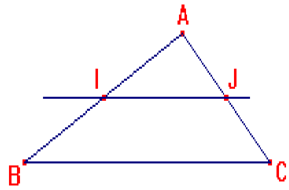
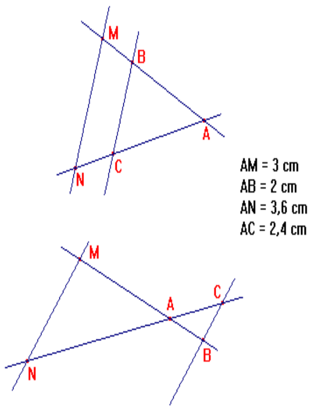
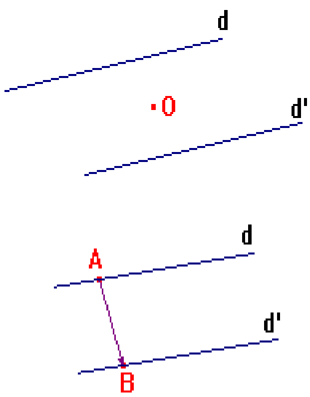
Objectifs :
Aider l'élève à synthétiser les différentes propriétés géométriques et méthodes exposées de la sixième à la troisième, regroupées par objectifs.

On pourra se reporter à la fiche disponible sur ce site intitulée « Géométrie dans l'espace », pour ce qui concerne les résultats relatifs à l'espace.

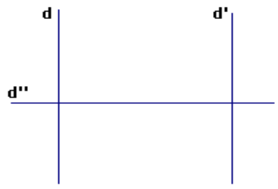
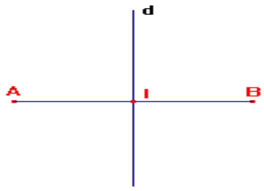
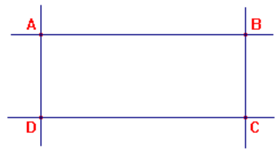
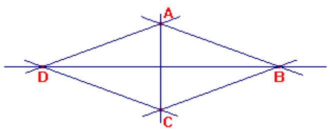
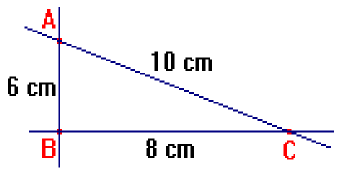
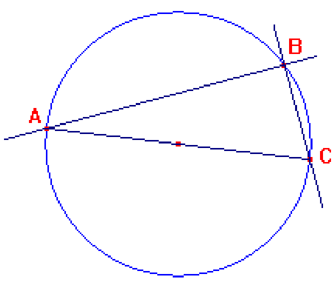
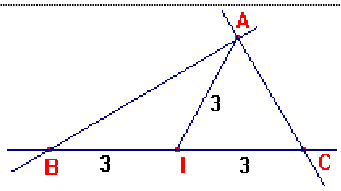
Commentaire :

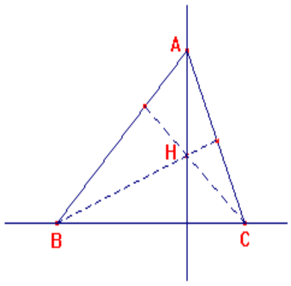
Ces fiches méthodes regroupent de manière quasi-exhaustive tous les résultats de géométrie plane exposés au collège. Ces différents résultats sont regroupés par objectifs : comment démontrer que deux droites sont parallèles, comment démontrer que deux droites sont perpendiculaires, comment démontrer qu'un point est le milieu d'un segment, comment calculer la longueur d'un segment et comment calculer la mesure d'un angle.
Chaque propriété est nommée, suivie de son énoncé, d'une figure et d'une rédaction type.

I- Démontrer que deux droites sont parallèles

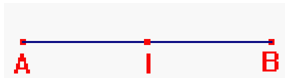
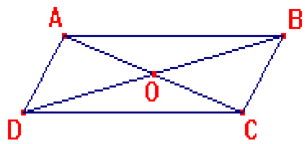
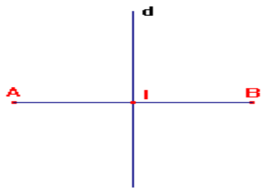
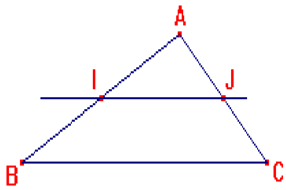
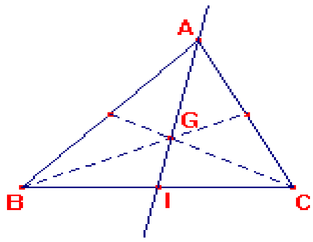
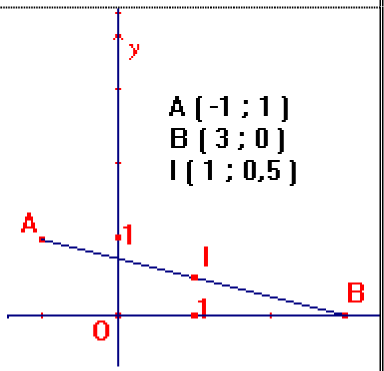
Propriété utilisée	Enoncé de la propriété	Figure	Exemple
Droites parallèles à une même troisième	Si deux droites sont parallèle une même troisième alors ell sont parallèles entre elles.		On sait que d et d' sont parallèles et que d' et d'' sont parallèles. Or si … alors … Donc d et d'' sont parallèle
Droites perpendiculaires à u même troisième.	Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.		On sait que d et d' sont perpendiculaires à d''. Or si … alors … Donc d et d' sont parallèles
Côtés opposés d'un parallélogramme, d rectangle, d'un losange, d'un carré.	Si un quadrilatère est un parallélogramme (ou un rectangle, un losange, un car alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.		On sait que ABCD est un parallélogramme. Or si … alors … Donc (AB) et (DC) sont parallèles. Et aussi : (AD) (BC) sont parallèles.
Théorème des milie	Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèl au troisième côté du triangle.		On sait que dans le triangle ABC, I est le milieu de [A J est le milieu de [AC]. D'après le théorème des milieux, on a donc : (IJ) et (BC) sont parallèles.
Réciproque du théorème de Thalès.	Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points d (distincts de A). Soient C et N deux points de (distincts de A). Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les point A,M,B et A,N,C sont dans le même ordre alors (BC) et (M sont parallèles.		On sait que (BM) et (CN) s sécantes en A. $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{2}$. $\frac{AN}{AC} = \frac{3,6}{2,4} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$. Donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$. De plus, les points A,M,B A,N,C sont dans le même D'après la réciproque du théorème de Thalès, on a d (BC) et (MN) sont parallèl
Image d'une droite une symétrie centra par une translation.	L'image d'une droite d par u symétrie centrale (resp. une translation) est une droite parallèle à d.		On sait que l'image de d pa symétrie centrale de centre (respectivement la translat de vecteur $\overrightarrow{AB}$) est la droi Or si … alors … Donc d et d' sont parallèles

II- Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

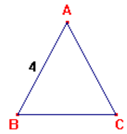
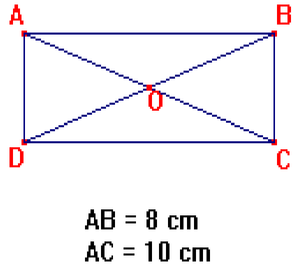
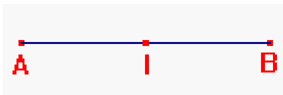
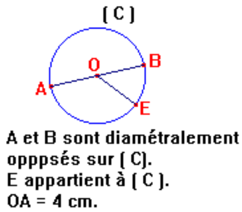
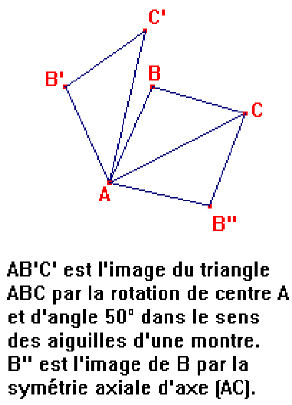
Deux droites parallèles et une dr perpendiculaire à l'une des deux.	Si deux droites sont parallèle qu'une troisième est perpendiculaire à l'une alors est perpendiculaire à l'autre.		On sait que d et d' sont parallèles et que d'' est perpendiculaire à d. Or si … alors … Donc d'' est perpendiculai à d'.
Médiatrice d'un segment.	Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment		On sait que d est la médiat de [AB]. Or si … alors … Donc d est perpendiculaire à [AB].
Côtés consécutifs d'un rectangle, d'u carré.	Si un quadrilatère est un recta (resp. un carré) alors ses côtés consécutifs sont deux à deux perpendiculaires.		On sait que ABCD est un rectangle. Or si … alors … Donc (AB) est perpendicu à (AD) (par exemple).
Diagonales d'un losange, d'un carré.	Si un quadrilatère est un losa (resp. un carré) alors ses diagonales sont perpendicula		On sait que ABCD est un losange. Or si … alors … Donc (AC) et (BD) sont perpendiculaires.
Angle droit.			On sait que $\widehat{ABC} = 90°$. Donc (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
Réciproque du théorème de Pythagore.	Si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés de longueurs des deux autres cô alors ce triangle est rectangle l'angle droit est l'angle oppo plus grand côté.		On sait que AB = 6 cm, BC = 10 cm, AC = 8 cm. On a : $AC^2 = 100$ et $AB^2 + BC^2 = 36 + 64 = 100$. Donc : $AB^2 + BC^2 = AC^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on a donc : ABC est rectangle en B. Donc (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
Triangle inscrit dan un cercle dont un c est un diamètre.	Si dans un cercle, un triangle pour sommets les extrémités diamètre et un point du cercl alors ce triangle est rectangle ce point.		On sait que dans le triangl ABC, [AC] est un diamètr d'un cercle et que B est un point de ce cercle. Or si … alors … Donc ABC est rectangle e Donc (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
Triangle dans leque la longueur d'une médiane est égale à moitié de la longue du côté opposé.	Si dans un triangle, la médiar issue d'un sommet a sa longu égale à la moitié de la longue du côté opposé alors le triang est rectangle en ce sommet.		On sait que [AI] est la médiane issue de A dans le triangle ABC et que $AI = \frac{BC}{2}$. Or si … alors …

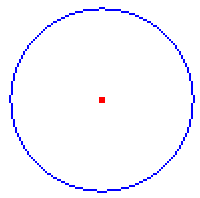
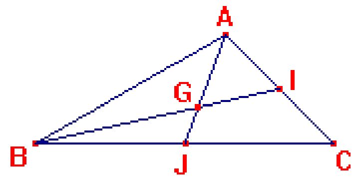
			Donc ABC est rectangle en A. Donc (AB) et (AC) sont perpendiculaires.
Orthocentre d’un triangle.	Si une droite passe par un sor et l’orthocentre d’un triangle elle est perpendiculaire au cô triangle opposé à ce sommet.		On sait que H est l’orthocentre du triangle A Or si … alors … Donc (AH) est perpendiculaire à (BC).

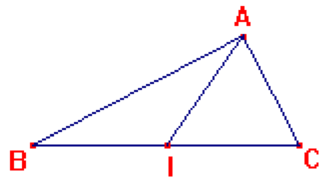
III- <u>Démontrer qu'un point est le milieu d'un segment</u>

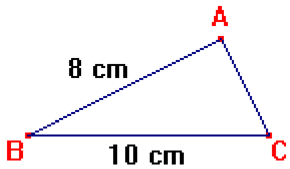
La définition.	Si un point est sur un segmen le partage en deux segments d même longueur alors ce poin le milieu du segment.	 AI = 2,4 cm et AB = 4,8 cm.	On sait que I appartient à [et que AI = $\frac{BC}{2}$. Donc I est le milieu de [AI
Diagonales d'un parallélogramme, d'un rectangle, d'un losange, d'un carré.	Si un quadrilatère est un parallélogramme (resp. un rectangle, un losange, un carr alors ses diagonales se coupent en leur milieu.		On sait que ABCD est un parallélogramme et que ses diagonales se coupent en O. Or si … alors … Donc O est le milieu de [A et de [BD].
Médiatrice d'un segment.	Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment son milieu.		On sait que d est la médiat de [AB] et d coupe (AB) e Or si … alors … Donc I est le milieu de [AI
Théorème des milieux.	Si une droite passe par le mil d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté cette droite passe par le milie troisième côté du triangle.		On sait que, dans le triang ABC, I est le milieu de [AB], que J appartient à (A et que (IJ) est parallèle à (I D'après le théorème des milieux, on a donc : J est le milieu de [AC].
Centre de gravité d triangle.	Si une droite passe par un so et le centre de gravité d'un triangle alors elle coupe le cô opposé à ce sommet en son milieu.		On sait que G est le centre gravité du triangle ABC et (AG) coupe [BC] en I. Or si … alors … Donc I est le milieu de [BC
Formule des coordonnées du mi d'un segment connaissant les coordonnées des extrémités du segment.	Si, dans un repère du plan, ur segment [AB] est tel que : A (x_A ; y_A) et B (x_B ; y_B) alc milieu de [AB] a pour coordonnées ($\frac{x_A + x_B}{2}$; $\frac{y_A +}{2}$		On sait que A (-1 ; 1), B (3 ; 0) et I (1 ; 0,5). $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1.$ $\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + 0}{2} = 0{,}5.$ Donc : I ($\frac{x_A + x_B}{2}$; $\frac{y_A + y}{2}$ Or si … alors … Donc I est le milieu de [AI

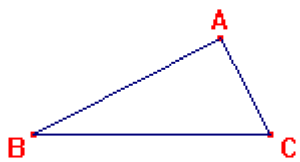
IV- Calculer la longueur d'un segment

Egalité avec une longueur connue da un triangle isocèle (équilatéral.	Un triangle isocèle a deux côtés de même longueur. Un triangle équilatéral a ses t côtés de même longueur.		On sait que ABC est isocè A et AB = 4 cm. Donc AC = 4 cm.
Egalité avec une longueur connue da un parallélogramme un losange, un rectangle, un carré.	Si un quadrilatère est un parallélogramme (en particulier, un rectangle) alors ses côtés opposés sont isométriques. Si un quadrilatère est un losa (en particulier un carré) alor quatre côtés sont de même longueur. Si un quadrilatère est un recta (en particulier un carré) alor ses diagonales sont de même longueur.		On sait que ABCD est un rectangle, AB = 8 cm et AC = 10 cm. Or si un quadrilatère est u rectangle alors ses côtés opposés et ses diagonales s isométriques. Donc CD = 8 cm et BD = 10 cm.
Egalité avec une longueur connue à l'aide de la définiti du milieu d'un segment.	Si un point est le milieu d'un segment alors il partage ce segment en deux segments de même longueur.	 AI = 2 cm.	On sait que I est le milieu [AB]. Donc AB = 2AI. Donc AB = 4 cm.
Egalité avec une longueur connue da un cercle.	Un cercle de centre O est l'ensemble des points équidistants du point C		On sait que [AB] est un diamètre du cercle (C) que E appartient à (C) et OA = 4 cm. Donc : AB = 2OA = 8 cm et OE = OB = OA = 4 cm.
Egalité avec une longueur connue à l'aide de la propriét de conservation des longueurs par une symétrie axiale ou centrale, une translation, une rotation.	L'image d'un segment par un symétrie axiale, une symétrie centrale, une translation, une rotation est un segment de mê longueur.	 AB=2,5 cm, AC=3 cm, BC=2 cm	On sait que A,B',C' sont l images respectives des poi A,B,C par la rotation de ce A et d'angle 50° (dans le s inverse des aiguilles d'une montre). Or l'image …. Donc AB' = AB = 2,5 cm, AC' = AC = 3 cm et B'C' = BC = 2 cm. On sait que A,B'',C sont l images respectives des poi A,B,C par la symétrie d'ax (AC). Or l'image …. Donc AB'' = AB = 2,5 cm B''C = BC = 2 cm.

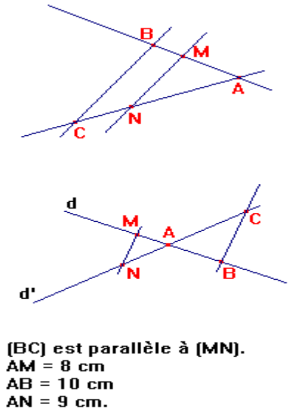
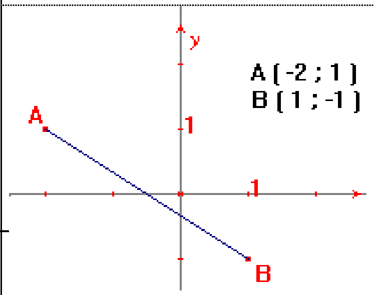
<table>
<tr>
<td>Formules de calcul périmètre, d'aire et volume.</td>
<td></td>
<td>
L'aire de ce disque est 6,4 cm²</td>
<td>On sait que l'aire d'un dis est : πR² où R est le rayon disque.
Donc le rayon R du disque ci-contre vérifie l'équation
$\pi R^2 = 6{,}4$
$R^2 = \frac{6{,}4}{\pi}$
$R = \sqrt{\frac{6{,}4}{\pi}}$
La valeur arrondie de R au mm près est donc 1,4 cm.</td>
</tr>
<tr>
<td>Centre de gravité d triangle.</td>
<td>Le centre de gravité d'un tria est situé aux deux tiers de ch médiane à partir des sommets</td>
<td>

I est le milieu de [AC] et J est le milieu de [BC].
BI = 9 cm et AJ = 6 cm.</td>
<td>On sait que [BI] et [AJ] so deux médianes dans le tria ABC et qu'elles se coupen G.
G est donc le centre de gra de ABC.
Or le centre de gravité ….
Donc AG = $\frac{2}{3}$ AJ et BG =
Donc AG = 4 cm et BG = 6 cm.</td>
</tr>
<tr>
<td>Médiane d'un trian rectangle.</td>
<td>Si un triangle est rectangle al la hauteur de la médiane issu sommet de l'angle droit est é à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.</td>
<td>

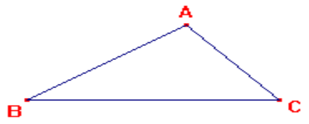
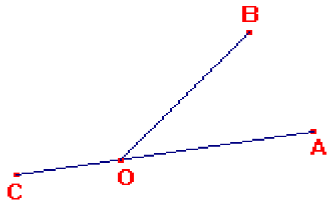
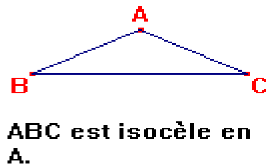
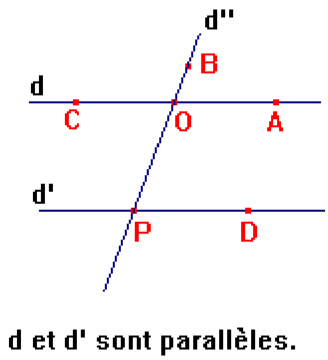
ABC est rectangle en A.
BC = 6 cm.
I est le milieu de [BC].</td>
<td>On sait que ABC est recta en A, [AI] est la médiane i de A dans ABC et BC = 6
Or si … alors …
Donc AI = $\frac{BC}{2}$ = 3 cm.</td>
</tr>
<tr>
<td>Théorème de Pythagore.</td>
<td>Si un triangle est rectangle al le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la som des carrés des longueurs des autres côtés.</td>
<td>

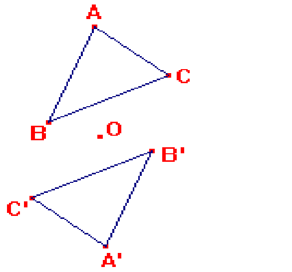
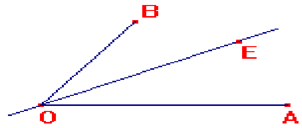
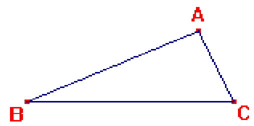
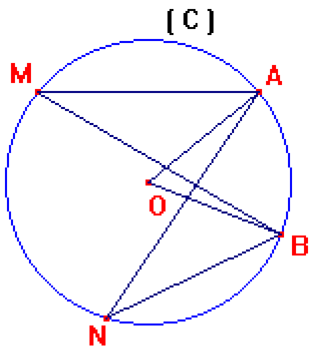
ABC est rectangle en A.</td>
<td>On sait que ABC est recta en A.
D'après le théorème de Pythagore, on a donc :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$AC^2 = BC^2 - AB^2$
$AC^2 = 100 - 64$
$AC^2 = 36$
Donc AC = 6 cm.</td>
</tr>
<tr>
<td>Trigonométrie.</td>
<td>Si un triangle ABC est rectangle en A alors :
$\cos \hat{B} = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{B}}{\text{hypoténuse}}$
$\sin \hat{B} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{hypoténuse}}$
$\tan \hat{B} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{côté adjacent à } \hat{B}}$</td>
<td>

ABC est rectangle en A.
AC = 3 cm.
$\widehat{ABC} = 27°$</td>
<td>On sait que ABC est recta en A.
Donc $\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$
$\tan 27° = \frac{3}{AB}$
$AB = \frac{3}{\tan 27°}$
La valeur arrondie de AB mm près est 5,9 cm.</td>
</tr>
</table>

Théorème de Thalè	Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de (distincts de A). Soient C et N deux points de (distincts de A). Si (BC) et (MN) sont parallèl alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.		On sait que (BM) et (CN) sont sécantes en A et que (BC) et (MN) sont parallèles. D'après le théorème de Th on a donc : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ $\frac{8}{10} = \frac{9}{AC}$ $AC = \frac{90}{8}$ AC = 11,25 cm.
Distance de deux points à l'aide de leurs coordonnées.	Si, dans un repère orthonorm plan , deux points A et B ont coordonnées respectives (x_A) et (x_B ; y_B) alors : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y}$		On sait que dans ce repère orthonormal, les points A et B ont pour coordonnées respectives (-2 ; 1) et (1 Or si … alors … Donc $AB = \sqrt{(1 - (-2))^2 + (-1 -}$ Donc $AB = \sqrt{13}$ cm.

V- Calculer la mesure d'un angle

Somme des angles d'un triangle.	Dans un triangle, la somme d mesures des trois angles est é à 180°.	 $\widehat{A}$ = 110° et $\widehat{B}$ = 25°	On sait que dans le triangl ABC, on a $\widehat{A}$ = 120° et $\widehat{B}$ = 30°. Donc $\widehat{C}$ = 180° - 110° - 25 $\widehat{C}$ = 45°.
Angles adjacents, supplémentaires et complémentaires.	Deux angles sont adjacents s' ont un sommet commun, un c commun et s'ils sont situés d part et d'autre de ce côté commun. Deux angles sont supplément (respectivement complémentaires) si la somme de leur mesure e égale à 180° (resp. 90°).	 A, O et C sont alignés. $\widehat{AOB}$ = 35°.	On sait que les angles $\widehat{AO}$ $\widehat{BOC}$ sont supplémentaires Donc : $\widehat{BOC}$ = 180° - $\widehat{AOB}$ $\widehat{BOC}$ = 145°
Egalité avec un ang connu dans un trian isocèle ou équilatér	Si un triangle est isocèle alor angles à la base ont même mesure. Si un triangle est équilatéral alors ses trois angles mesurent 60°.	 $\widehat{ABC}$ = 20°	On sait que ABC est isocè A. Or si … alors … Donc $\widehat{ABC}$ = $\widehat{ACB}$. Donc $\widehat{ACB}$ = 20°. On peut calculer $\widehat{BAC}$ ave première propriété.
Angles alternes-internes, correspondants, opposés par le sommet.	* Soient d et d' deux droites distinctes. Soit d'' une droite sécante à d et d'. Si d et d' sont parallèles alors angles en position d'angles alternes-internes (resp. correspondants) définis par l figure ont même mesure. * Si deux angles sont opposé par le sommet alors ils ont m mesure.	 $\widehat{AOB}$ = 70°	On sait que les angles $\widehat{AO}$ $\widehat{COP}$ sont opposés par le sommet. Or si … alors … Donc $\widehat{COP}$ = $\widehat{AOB}$ = 70°. On sait que les angles $\widehat{COP}$ et $\widehat{DPO}$ sont en position d'angles alternes-internes et que d et d' sont parallèles. Or si … alors … Donc $\widehat{DPO}$ = $\widehat{COP}$ = 70°. <u>Remarque</u> : On pouvait aussi démontrer que $\widehat{DPO}$ = 70° en considérant les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DPO}$ qui sont correspondants.

Egalité avec un ang connu par conservation des mesures d'angles p une symétrie axiale centrale, une translation, une rotation.	L'image d'un angle par une symétrie axiale ou centrale, u translation, une rotation est u angle de même mesure.	 La figure A'B'C' ets l'image de la figure ABC par la symétrie centrale de centre O. $\widehat{ABC} = 40°$	On sait que A', B' et C' so les images respectives des points A, B, et C par la symétrie centrale de centre Or l'image … Donc $\widehat{A'B'C'}$ est l'image d $\widehat{ABC}$ par la symétrie centr de centre O et : $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC} = 40°$.
Bissectrices.		 (OE) est la bissectrice de $\widehat{AOB}$. $\widehat{AOB} = 36°$.	On sait que (OE) est la bissectrice de $\widehat{AOB}$. Donc $\widehat{AOE} = \widehat{EOB} = \frac{\widehat{AOB}}{2}$ Donc $\widehat{AOE} = \widehat{EOB} = 18°$.
Trigonométrie.	Si un triangle ABC est rectangle en A alors : $\cos \hat{B} = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{B}}{\text{hypoténuse}}$ $\sin \hat{B} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{hypoténuse}}$ $\tan \hat{B} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{côté adjacent à } \hat{B}}$	 ABC est rectangle en A. AC = 2 cm. BC = 7 cm.	On sait que ABC est recta en A. Donc $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$. $\sin \widehat{ABC} = \frac{2}{7}$ La valeur arrondie de $\widehat{ABC}$ degré près est 17°.
Angles inscrits, ang au centre.	Si dans un cercle, un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc de c alors la mesure de l'angle au centre est égale au double de mesure de l'angle inscrit. Si deux angles sont inscrits d un cercle et interceptent le m arc de cercle alors ils ont la m mesure.	 (C) est un cercle de centre O passant par les points A, B , M et N. $\widehat{AOB} = 50°$.	On sait que $\widehat{AOB}$ est un an au centre dans (C) et que $\widehat{MAB}$ est un angle inscrit d (C) qui intercepte le mêm arc de cercle. Or si … alors … Donc $\widehat{OAB} = 2\times \widehat{MAB}$. Donc $\widehat{MAB} = \frac{\widehat{OAB}}{2} = 25°$. D'autre part, on sait que le angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{NAB}$ sont inscrits dans (C) et interceptent le même arc d cercle. Or si … alors … Donc $\widehat{NAB} = \widehat{MAB} = 25°$.